

# MALLADO PARA SIMULACIONES

ADRIANA RUIZ DIAZ C.  
ALFREDO LÓPEZ F.

adrirdc.82@gmail.com  
lopito.82@gmail.com



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN  
FACULTAD DE  
INGENIERIA



# Conceptos de Mallado

Malla Estructurada. Malla no estructurada. Métodos de Generación de Mallas. Mallados unidimensionales. Mallados Bidimensionales. Mallados Superficiales. Mallados Tridimensionales. Algoritmos más utilizados.

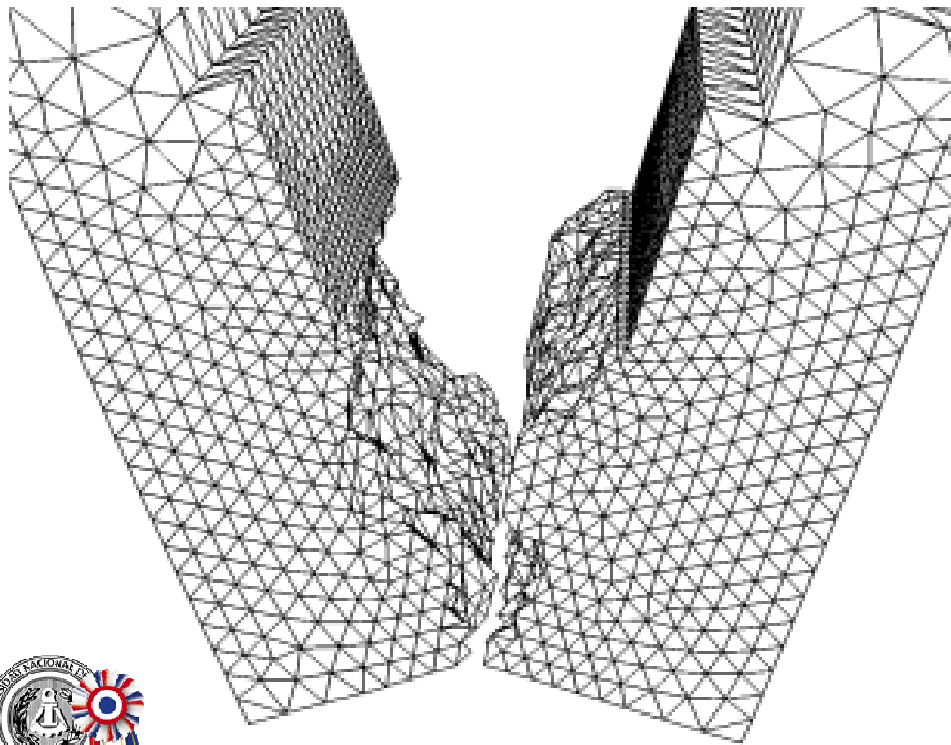


UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA



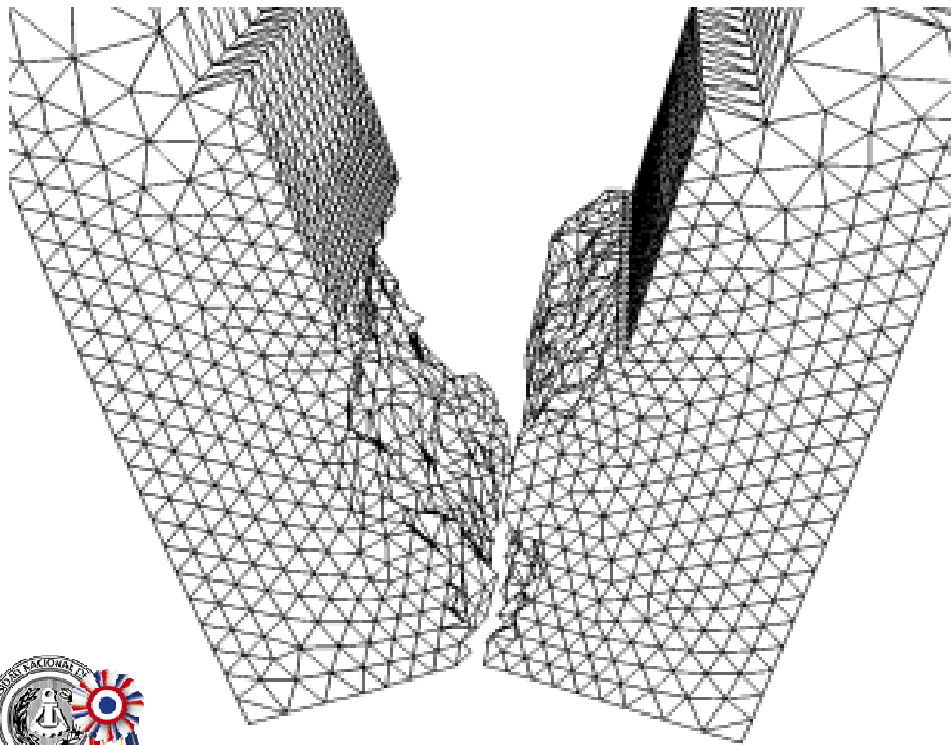
PROCIENCIA  
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

# Tipos y Métodos Generales de Mallados



Varios son los autores que se pueden citar, que se han dedicado a clasificar mallas y/o desarrollar metodologías para realizar diferentes tipos de mallados.

# Tipos y Métodos Generales de Mallados



Para este curso, se dividieron los mallados en cinco tipos distintos debido a su método de generación

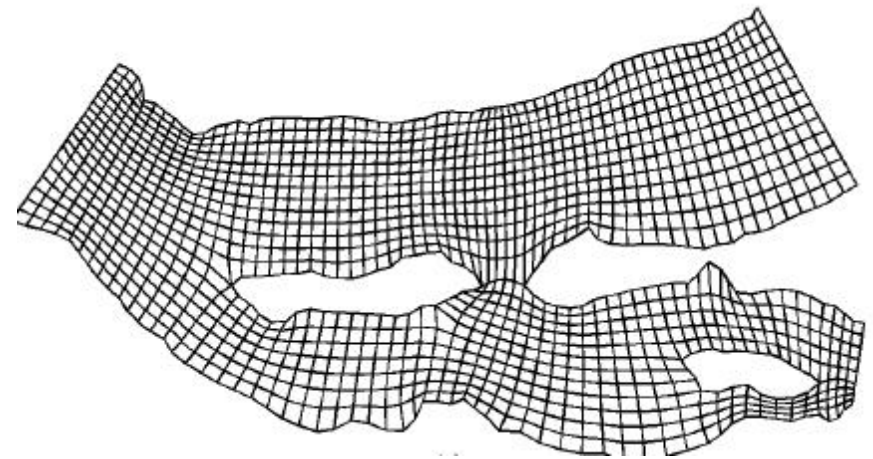
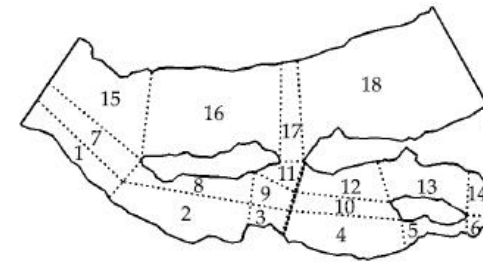
- Mallados estructurados
- Mallados no estructurados
- Mallados superficiales
- Mallados multibloques
- Mallados adaptativos

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Se denomina de esta forma a toda discretización cuya conectividad sigue un **patrón reticular**.

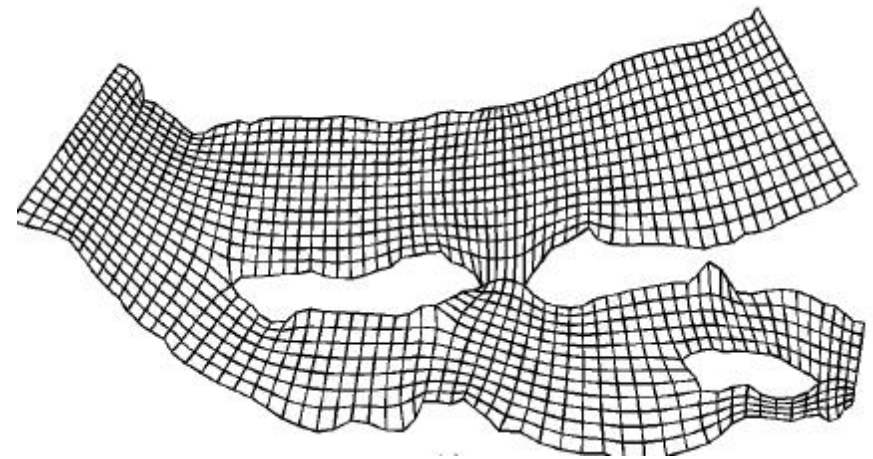
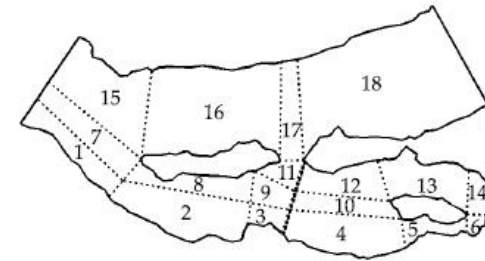
Usa generalmente elementos cuadrangulares (2D) y hexaédricos (3D), pero a partir de ellos se generan triangulares y Tetraédricos.



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

En la generación de mallas estructuradas la conectividad es conocida de antemano, los métodos tienen como objetivo primordial el cálculo de la posición de los nodos que forman la retícula, de modo que los elementos resultantes presenten unas determinadas características de tamaño y regularidad



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.1. Métodos Algebraicos

Las técnicas más sencillas y, por tanto, más rápidas en el cálculo de estas coordenadas nodales son las denominadas algebraicas, entre las que destacan, fundamentalmente, las de transformación en geometrías canónicas o “**mapping**” y las de **interpolación transfinita**.



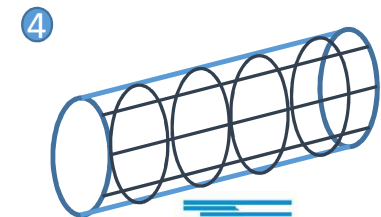
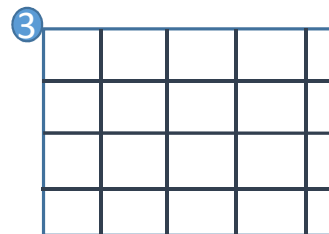
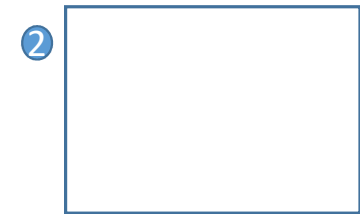
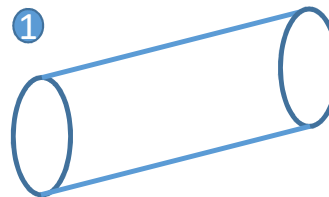
# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Se transforma el dominio original, esto es, su contorno discretizado, en un dominio canónico

### 1.1. Métodos Algebraicos

#### 1.1.1. Transformación en Geometrías canónicas





# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Se desarrollan funciones de interpolación entre los lados del dominio de modo que la generación de los nodos internos viene determinada por la posición de los nodos del contorno.

1.1. Métodos Algebraicos

1.1.2. Interpolación transfinita



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN  
FACULTAD DE  
INGENIERÍA



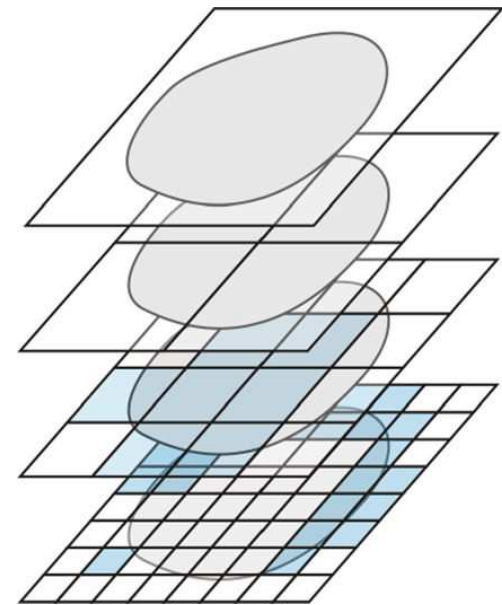
PROCIENCIA  
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

1.1. Métodos Algebraicos

1.1.2. Interpolación transfinita



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA

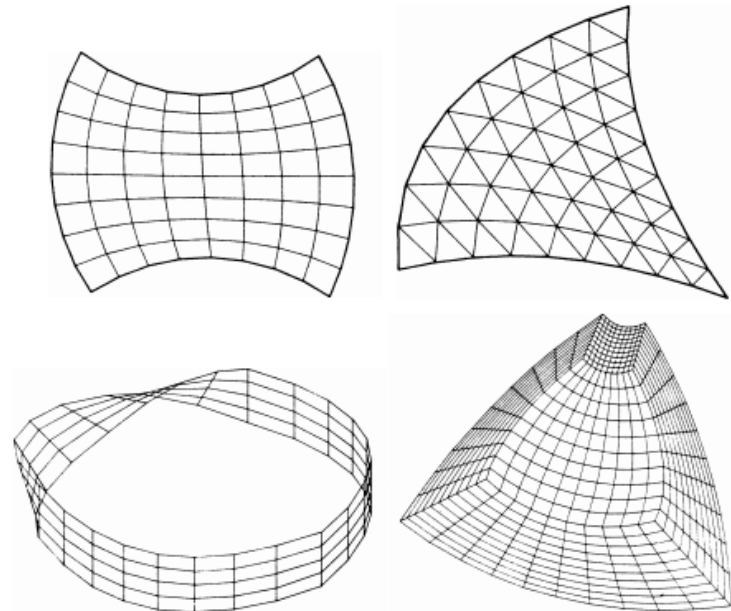


PROCIENCIA  
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.1. Métodos Algebraicos



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Si es necesario:

### 1.2. Métodos basados en EDPs

- mayor regularidad de los elementos,
- características de ortogonalidad entre las aristas con nodos comunes y
- un mayor control de la densidad de la malla



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN  
FACULTAD DE  
INGENIERÍA



PROCIENCIA  
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos basados en EDPs

Estas técnicas pueden ser consideradas como métodos algebraicos donde las coordenadas de los nodos interiores vienen determinadas por la resolución de estas EDPs, que relacionan las coordenadas del dominio real  $(x,y)$  con las del dominio canónico  $(\xi,\eta)$



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos basados en EDPs

Consiste en obtener las funciones que relacionan  $x$  e  $y$  con  $\xi$  y  $\eta$ , por lo que es necesario invertir el sistema y resolver las EDPs acopladas resultantes (método iterativo).

Alto coste computacional frente a los métodos algebraicos



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos basados en EDPs

Tipo de EDPs empleadas

- Laplace: si solo se desea buena regularidad
- Poisson: Si se desea densificar en alguna zona

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q$$

- $P > 0$ : los nodos son atraídos hacia la derecha.
- $P < 0$ : los nodos son atraídos hacia la izquierda.
- $Q > 0$ : los nodos son atraídos hacia arriba.
- $Q < 0$ : los nodos son atraídos hacia abajo.

- Hiperbólico



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos basados en EDPs

Tipo de EDPs empleadas

- Laplace: si solo se desea buena regularidad
- Poisson: Si se desea densificar en alguna zona

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q$$

- $P > 0$ : los nodos son atraídos hacia la derecha.
- $P < 0$ : los nodos son atraídos hacia la izquierda.
- $Q > 0$ : los nodos son atraídos hacia arriba.
- $Q < 0$ : los nodos son atraídos hacia abajo.

- Hiperbólico: Sistemas Abiertos



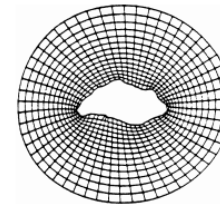


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

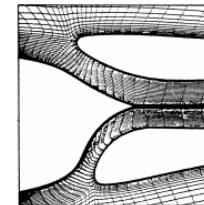
## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Tipo de EDPs empleadas

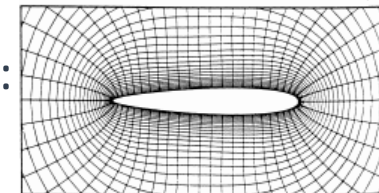
- Laplace:



- Poisson:



- Hiperbólico:



CONACYT

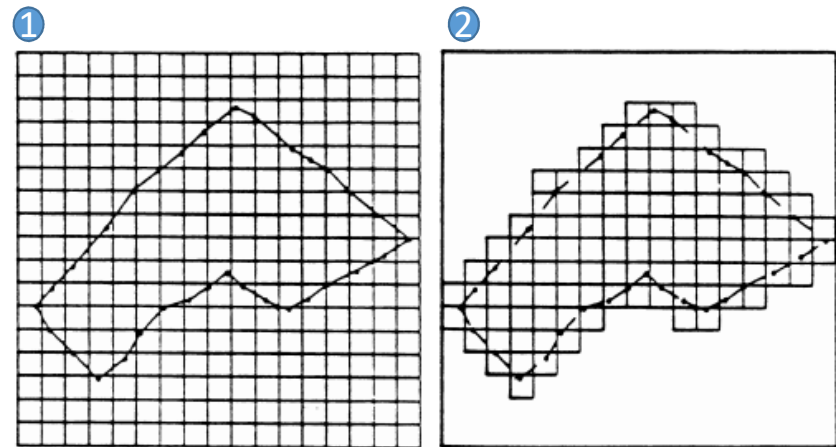
### 1.2. Métodos basados en EDPs

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

Generan la malla a través de una retícula (2D) o cubícula (3D)

### 1.2. Métodos de Superposición-Deformación de Retícula



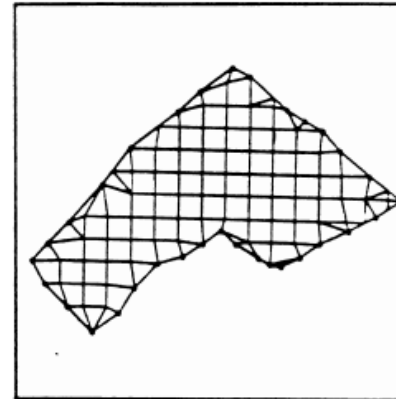
# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

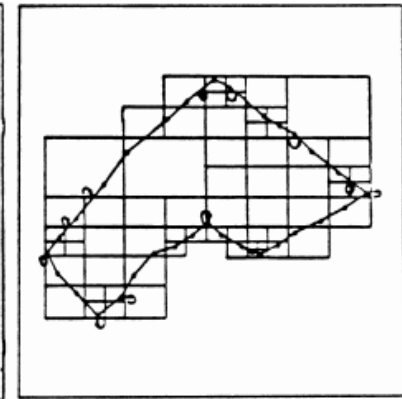
Deja como el paso anterior o realiza una readecuación (3) Deformando cuadrados (4) Retícula jerárquica

### 1.2. Métodos de Superposición-Deformación de Retícula

③



④

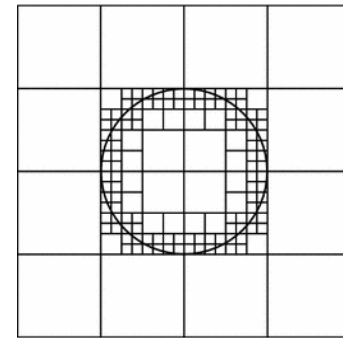
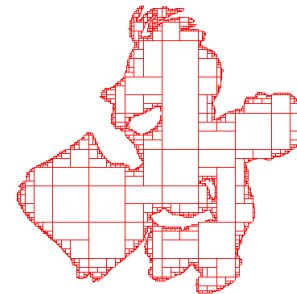
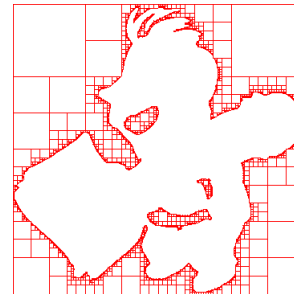
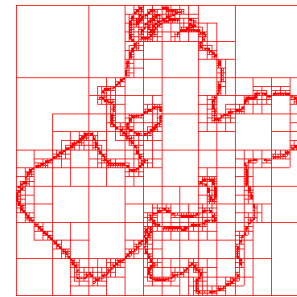
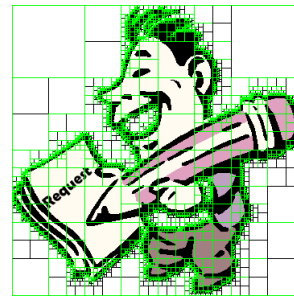


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos de Superposición-Deformación de Retícula

#### (4) Retícula jerárquica (quadtree)



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

### 1.2. Métodos de Crecimiento Estructurado

“extrusion”o “sweeping”

Para geometrías 3D que se desarrollan a partir de la traslación de una superficie base (toroides, cilindros, etc)

Repetición de la malla superficial de la base, que puede ser estructurada o no, a lo largo del dominio del problema.

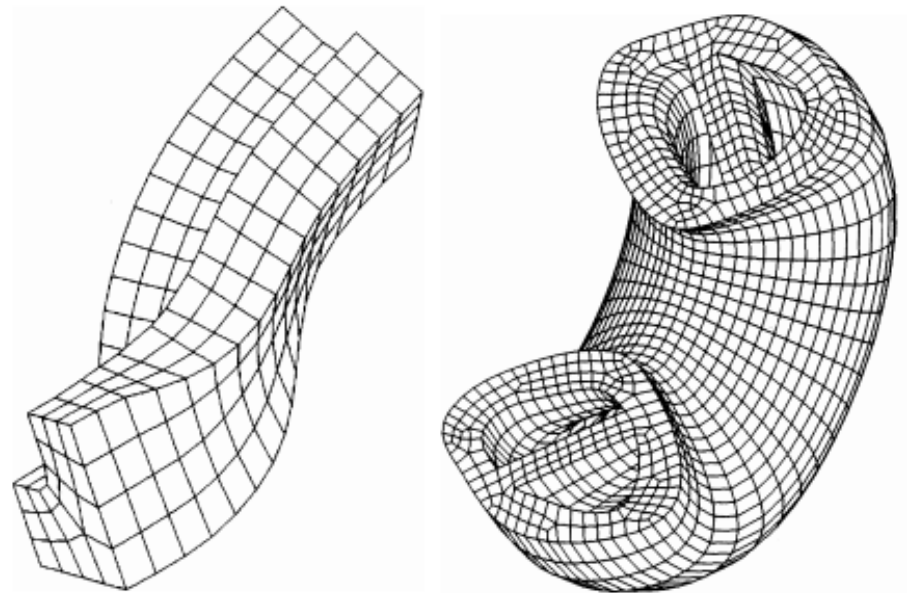
Según este planteamiento, únicamente se puede hablar de malla estructurada en la dirección de crecimiento de la geometría tridimensional.



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 1. MALLADOS ESTRUCTURADOS

- 1.2. Métodos de Crecimiento Estructurado  
“extrusion”o “sweeping”

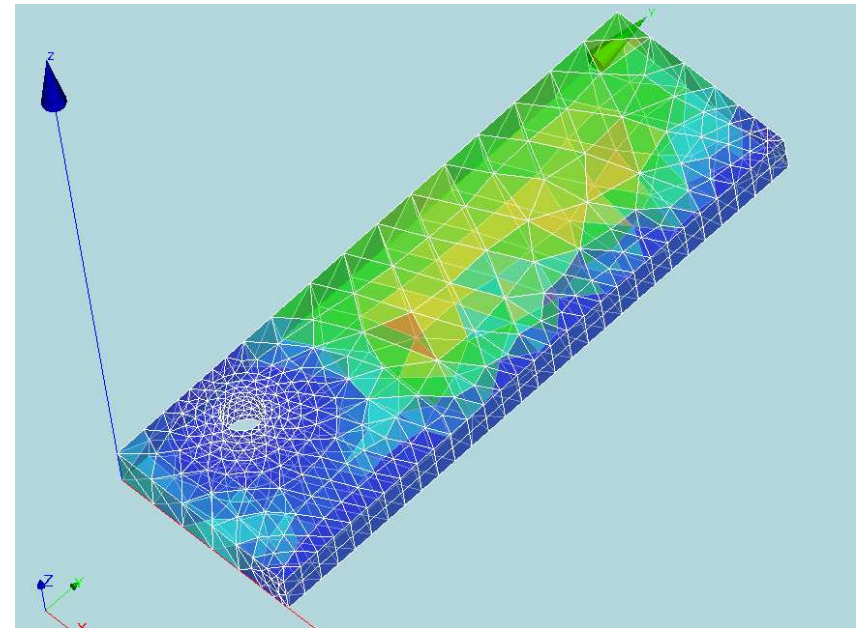


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

No presentan un patrón de conectividad predeterminado, pues ésta viene determinada por el contorno del problema, la situación de los nodos interiores y el método de discretización utilizado.

Puede discretizar cualquier dominio

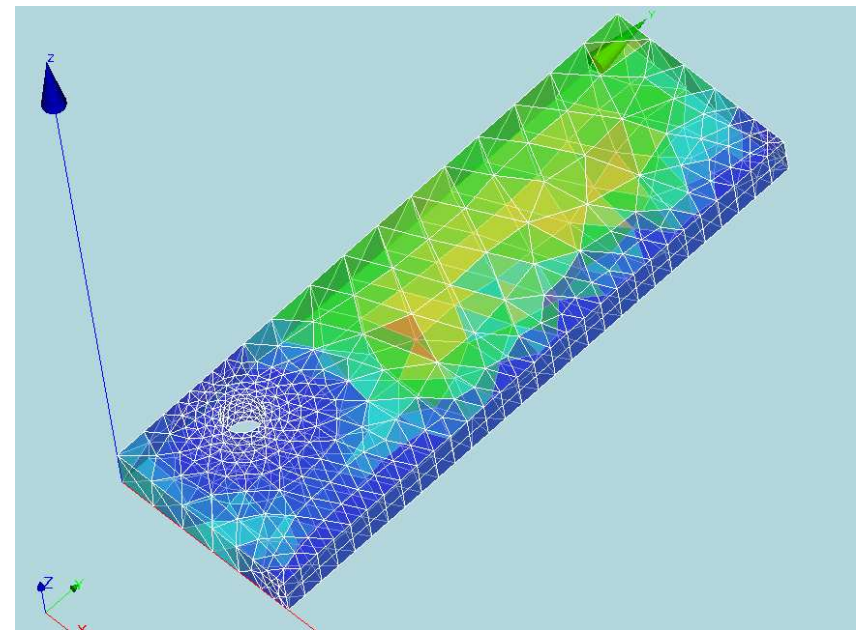


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

Puede discretizar cualquier dominio

Mayor coste computacional





# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

Parten de una distribución determinada de nodos y únicamente se ocupan de obtener una conectividad adecuada

### 2.1. Métodos de Delaunay-Voronoi

Buscando una conexión óptima de modo que los elementos presenten una buena relación de aspecto



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.1. Métodos de Delaunay-Voronoi

Para elementos 2D:

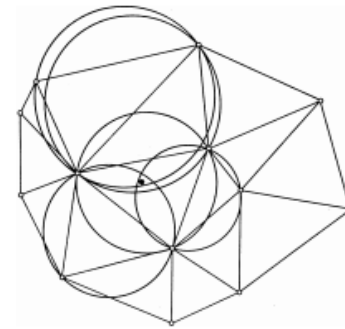
Triangulación de Delaunay, que posee una característica muy interesante para la generación de mallas: la regularidad de ángulos en los triángulos generados es máxima, logrando una triangularización óptima

Para elementos 3D: esta triangulación óptima no garantiza que los tetraedros sean óptimos. Son necesarias técnicas de detección y corrección de tetraedros defectuosos.

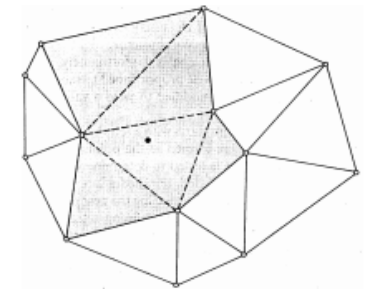


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURAI

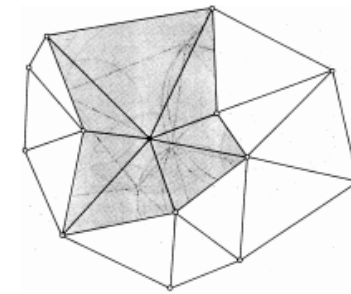


① Intersección de nodo



② Detección y eliminación de elementos

### 2.1. Métodos de Delaunay-Voronoi



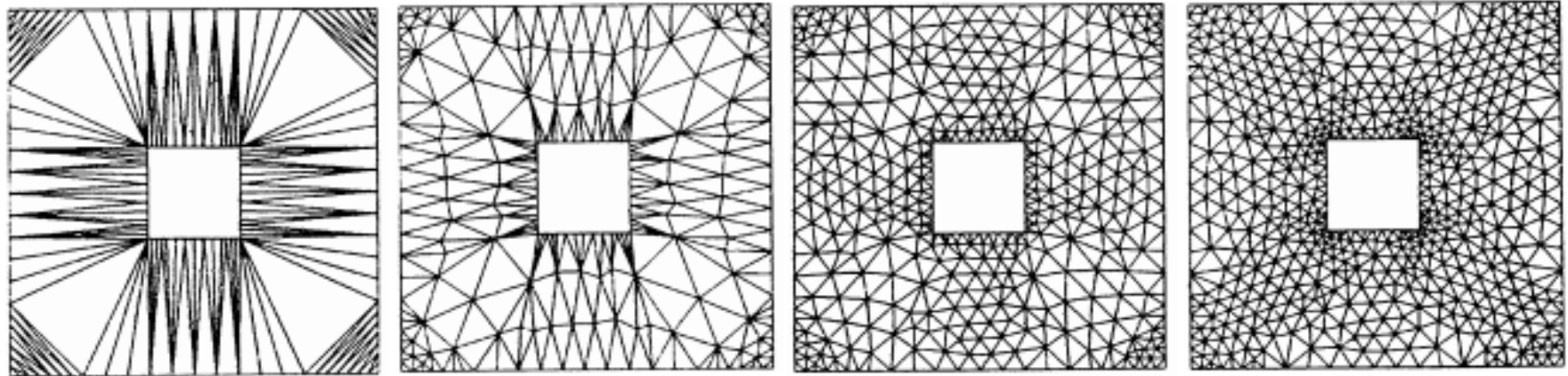
③ Triangulación local



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.1. Métodos de Delaunay- Voronoï



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.2. Métodos por Frente de Avance

La malla se genera iterativamente desde un frente inicial, que coincide con el contorno del problema y que se va modificando conforme el proceso avanza, hasta que el dominio queda completamente mallado, momento en el que el frente queda vacío.

Desde el contorno hacia el interior del dominio

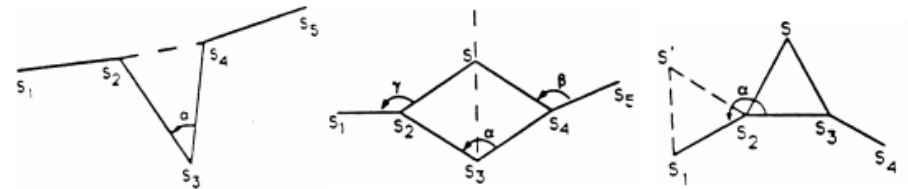


# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

Esta sujeto a un tamaño de elemento prescrito o una malla de referencia o función de densidad

### 2.2. Métodos por Frente de Avance

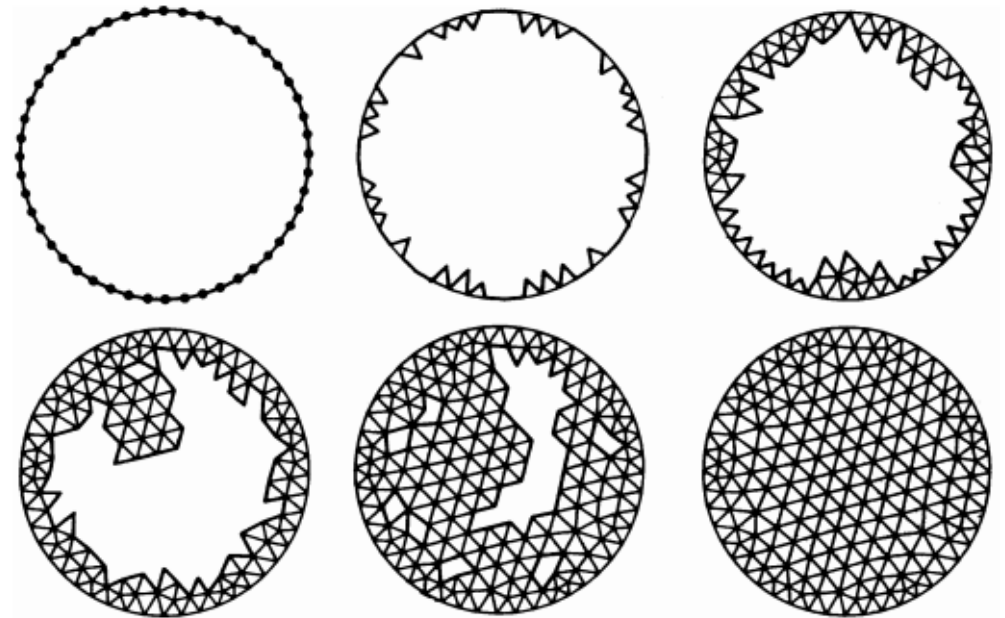


frente a contornos no convexos o gran disparidad de tamaño entre elementos próximos, puede fallar

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

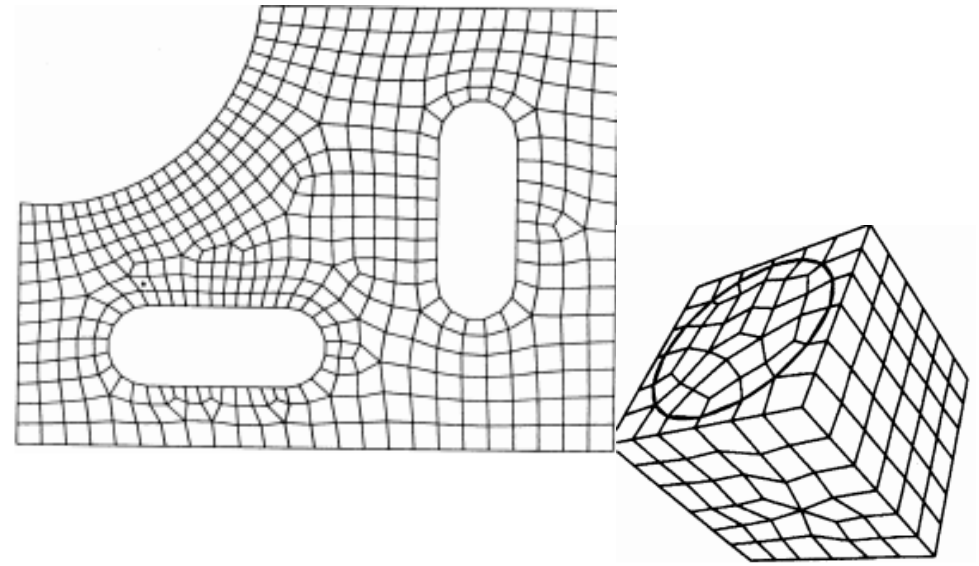
### 2.2. Métodos por Frente de Avance



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas





# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

Se discretiza el dominio con triángulos o tetraedros, y éstos son transformados en cuadriláteros o hexaedros.

### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas

#### 2.3.1. Técnica Indirecta



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2D

Se basan normalmente en la descomposición del triángulo en tres cuadriláteros, en la eliminación de la arista común entre pares de triángulos, en ambas o en otras estrategias más complejas como, por ejemplo, la eliminación de aristas compartidas por triángulos que tengan un nodo común y que formen un contorno cuadrilátero



### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas

#### 2.3.1. Técnica Indirecta



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 3D

Se basan fundamentalmente en la descomposición de cada tetraedro en cuatro hexaedros.

### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas

Debido a la baja calidad de éstos, estas técnicas no están muy extendidas

#### 2.3.1. Técnica Indirecta



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas

#### 2.3.1. Técnica Directa

2D: Se distinguen entre aquéllos que descomponen el dominio en regiones más sencillas sobre las que se aplican plantillas de mallado cuadrilátero, como la división por el eje medio (“medial axis”) o el método de empaquetado de círculos (“circle packing”) y los que utilizan la filosofía de frente de avance, como o los métodos de pavimentación (“paving”)



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 2. MALLADOS NO ESTRUCTURADOS

### 2.3. Cuadriláteras o hexaédricas no estructuradas

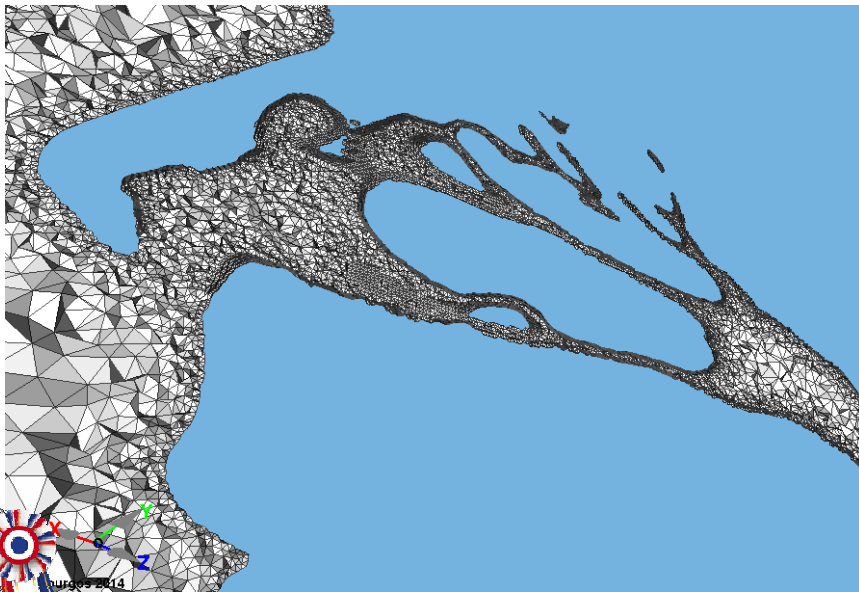
#### 2.3.1. Técnica Directa

3D: Entre los de descomposición y aplicación de plantilla destaca el de división por la superficie media (“medial surface”). En cuanto a los métodos de frente de avance, el “plastering” es un intento de extender la técnica de pavimentación al caso volumétrico.



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 3. MALLADOS SUPERFICIALES

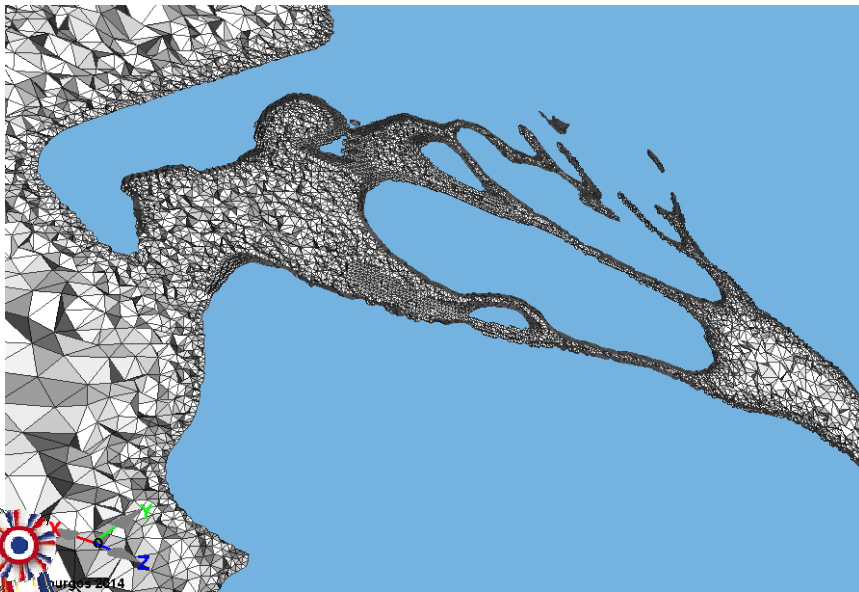


Los métodos bidimensionales, en su gran mayoría, son utilizados en la generación de mallas superficiales, pero la necesidad de que los nodos generados pertenezcan a la superficie requiere una modificación de estas técnicas.



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 3. MALLADOS SUPERFICIALES

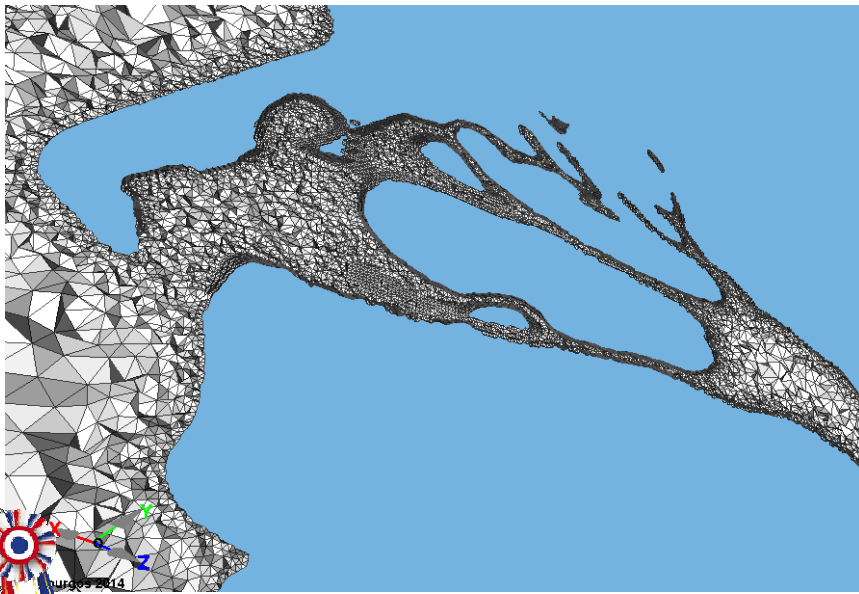


Las superficies son definidas, en general, por su contorno y la ecuación que las define, bien de forma analítica o bien de forma aproximada, como, por ejemplo, en forma de NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) o de “mapeados” transfinitos discretos.



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 3. MALLADOS SUPERFICIALES



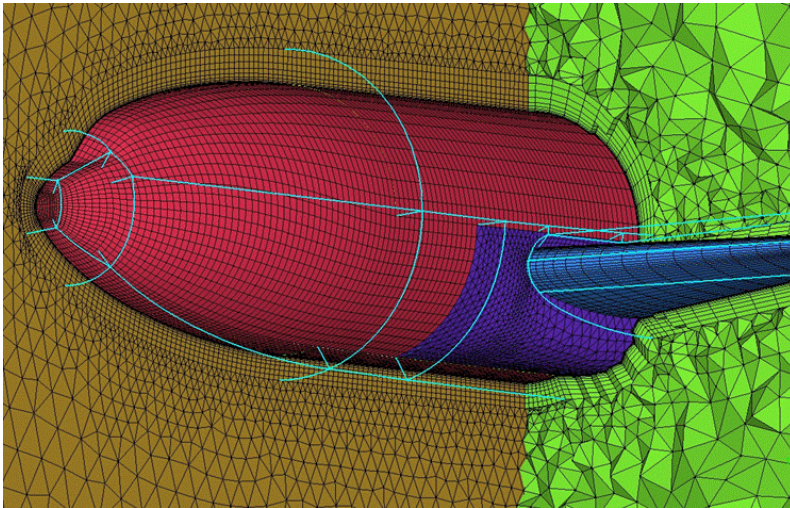
Los métodos de generación superficial se pueden clasificar en dos grupos: los que generan la malla directamente sobre la superficie tridimensional y los que la generan en un espacio paramétrico bidimensional y posteriormente la transportan al espacio real.





# Tipos y Métodos Generales de Mallados

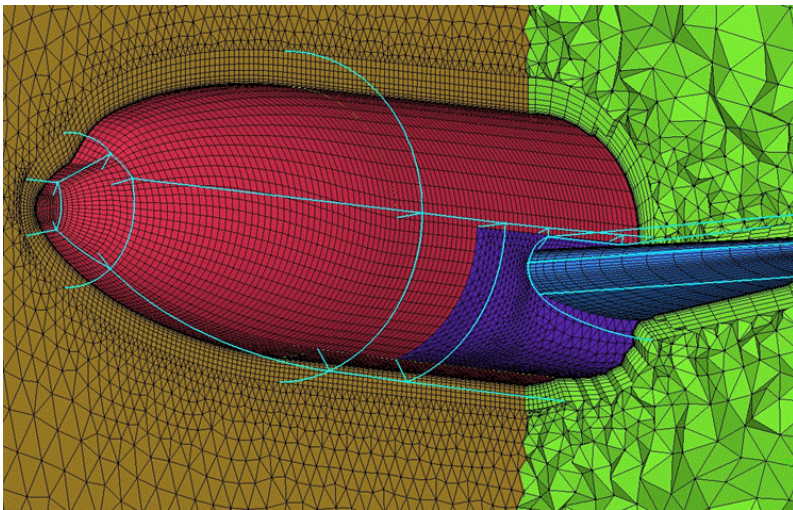
## 4. MALLADOS POR METODOLOGÍAS MULTIBLOQUES



Para la creación de mallas de geometrías complejas para las que los métodos descritos previamente no generan resultados satisfactorios o fallan.

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 4. MALLADOS POR METODOLOGÍAS MULTIBLOQUES



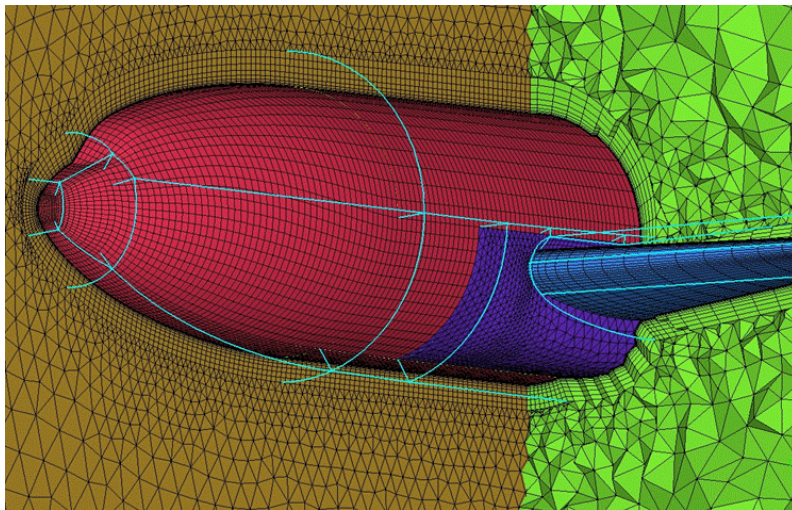
La idea básica consiste en la división del dominio en bloques de topología más sencilla.

Cada bloque de esta partición se procesa posteriormente con alguna de las técnicas descritas en los puntos anteriores.

La malla de todo el dominio se obtiene uniendo las mallas de cada uno de los bloques.

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 4. MALLADOS POR METODOLOGÍAS MULTIBLOQUES

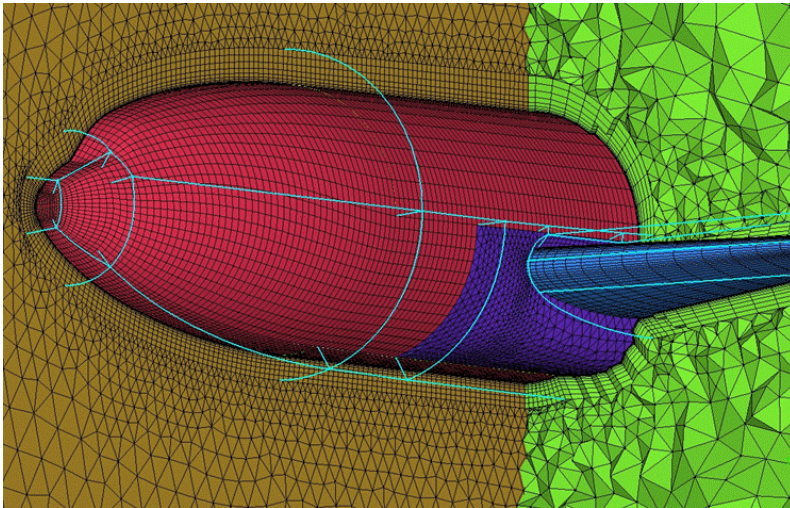


Dificultades:

- La creación de los bloques adecuados, pues la malla final depende de la elección de éstos.
- La gestión de los bloques y su relación con los demás (interfaces) para asegurar la correcta unión de sus mallas

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

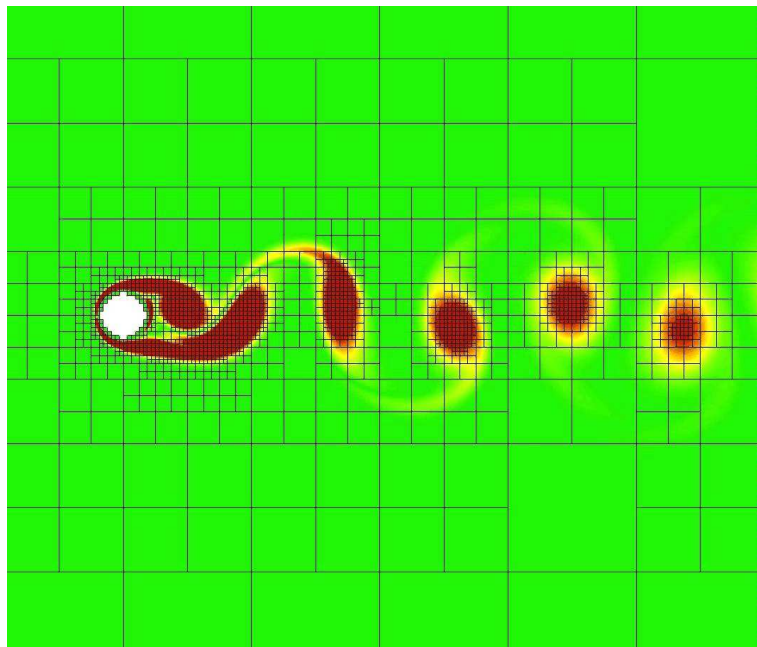
## 4. MALLADOS POR METODOLOGÍAS MULTIBLOQUES



Permite la utilización de mallas híbridas o mixtas (estructuradas y no estructuradas en un mismo dominio)

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 5. MALLADOS ADAPTATIVOS

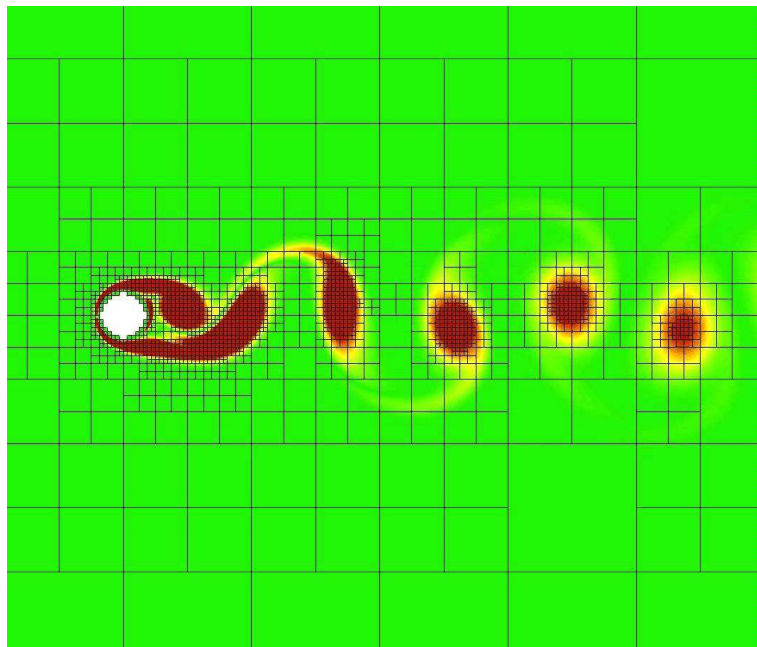


En muchos casos, las características de la geometría o el fenómeno estudiado producen soluciones que presentan una gran variación a lo largo del dominio del problema o, incluso, singularidades en algunas zonas del mismo.

El aumento de la cantidad de elemento mejora la solución pero incrementa considerablemente el coste computacional

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 5. MALLADOS ADAPTATIVOS

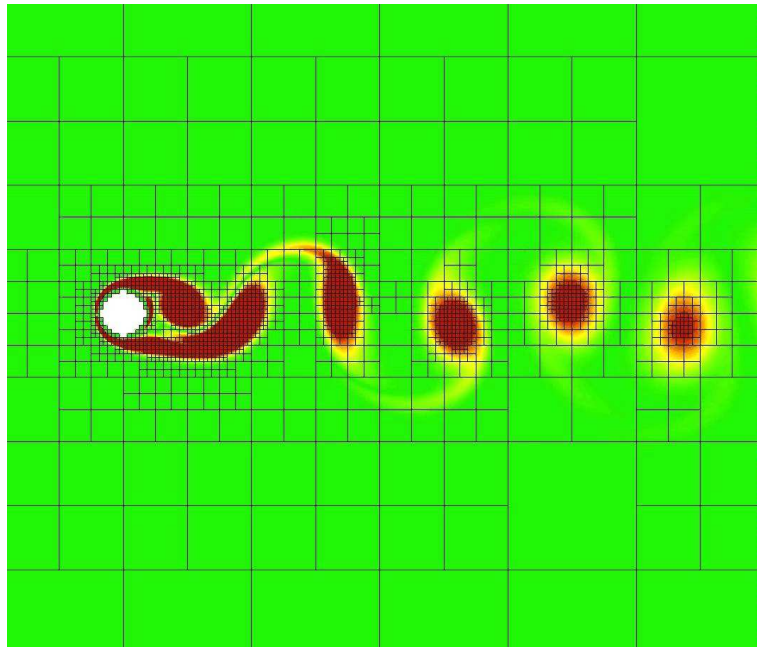


La generación de una malla eficiente se consigue con la adecuación de ésta a la variación de la solución del problema.

Con los métodos de generación de malla descritos anteriormente y una definición multibloque de la geometría, un usuario puede generar una discretización adecuada que reduzca considerablemente el error cometido en la solución

# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 5. MALLADOS ADAPTATIVOS



La utilización de elementos singulares en las proximidades de una singularidad requiere un previo conocimiento de la situación de ésta en el dominio del problema.

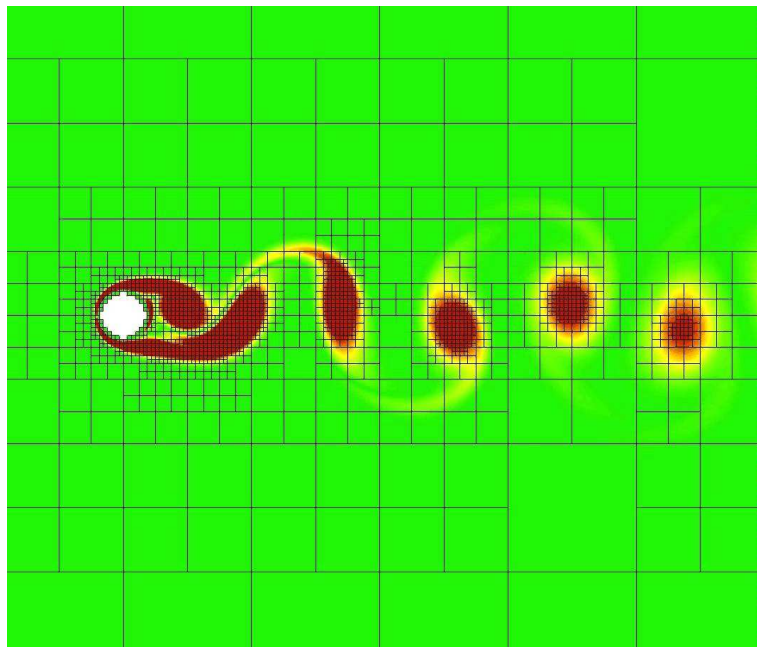
**EXPERIENCIA!!**

Para saber donde o como aplicar lo expuesto



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 5. MALLADOS ADAPTATIVOS



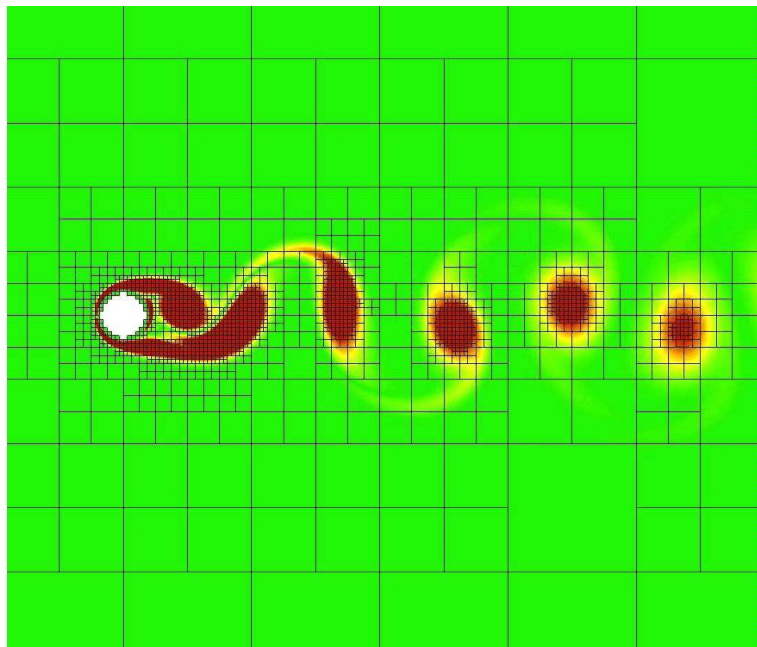
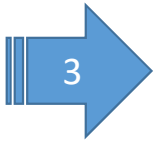
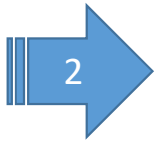
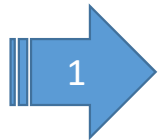
Técnicas que generen de modo automático estas mallas eficientes

Los **métodos adaptativos** son los encargados de esta generación automática de malla adaptada a la solución. En bibliografías se puede encontrar otro tipo de que persiguen la adaptación al dominio en problemas donde el dominio se ve modificado a largo de la simulación



# Tipos y Métodos Generales de Mallados

## 5. MALLADOS ADAPTATIVOS



Un primer paso, se genera una malla inicial con pocos elementos y, posteriormente, se resuelve el problema con esa discretización, se estima el error cometido en el cálculo de la solución, y se añaden elementos en las regiones del dominio donde el error sea mayor. Este proceso se repite hasta que el error este en lo aceptable.

# Bibliografías

**Hilary Weller , Philip Browne , Chris Budd , Mike Cullen** (2016) “Mesh adaptation on the sphere using optimal transport and the numerical solution of a Monge–Ampère type equation” El Sevier.

**Abdellatif Agouzal , Konstantin Lipnikov , Yuri V. Vassilevski** (2010) “On optimal convergence rate of finite element solutions of boundary value problems on adaptive anisotropic meshes” Science Direct. El Sevier.

**Walter Sotil , Nestor Calvo y Marcelo Vénere** (2010) “Optimización de conectividades de una malla de tetraedros mediante retriangulaciones locales” Asociación Argentina de Mecánica Computacional.

**Gustavo Bono y Armando Miguel Awruch** (2008) “An Adaptive Mesh Strategy for High Compressible Flows Based on Nodal Re-Allocation” Universidad Federal do Rio Grande do Sul.

**Alejandro Díaz Morcillo** (2000) “Métodos de mallado y algoritmos adaptativos en dos y tres dimensiones para la resolución de problemas electromagnéticos cerrados mediante el método de los elementos finitos”. Universidad politécnica de Valencia.

**Rubén Martínez y Avelino Samartin** (1991) “Optimización de Mallas Bidimensionales en Elementos Finitos”. Revista de Obras Públicas. Madrid.

adrirdc.82@gmail.com  
lopito.82@gmail.com

